

# Fundamentos da Matemática

## Exercícios Resolvidos em Aula

Prof. Pedro Pablo Durand Lazo

19 de fevereiro de 2021

1. Diga qual é o argumento válido na seguinte implicação:

a)  $\frac{(P \wedge Q) \wedge \neg T}{\neg T}$  ( )

b)  $\frac{r \rightarrow t}{\neg r \vee t}$  ( )

c)  $\frac{\begin{array}{l} r \rightarrow t \\ t \rightarrow \neg \alpha \end{array}}{r \rightarrow \neg \alpha}$  ( )

d)  $\frac{\begin{array}{l} \text{Se hoje é quarta feira, então haverá aula de Fundamentos} \\ \text{hoje é quarta feira} \end{array}}{\text{haverá aula de Fundamentos}}$  ( )

e)  $\frac{\begin{array}{l} x = 0 \vee y = 0 \\ x \neq 0 \end{array}}{y = 0}$  ( )

f)  $\frac{\begin{array}{l} x = 0 \rightarrow y = 0 \\ y \neq 0 \end{array}}{x \neq 0}$  ( )

- g)  $\frac{\neg(x = 0 \wedge y = 0)}{x \neq 0 \vee y \neq 0}$  ( )
- h)  $\frac{x = 0 \rightarrow y \neq 0}{y = 0 \rightarrow x \neq 0}$  ( )  
 $x + y = 0 \rightarrow y = z$
- i)  $\frac{x + y = 0}{y = z}$  ( )
- j)  $\frac{x + y = 0 \rightarrow y = z}{y \neq z}$  ( )  
 $x + y \neq 0$
- k)  $\frac{x + y = 0 \rightarrow y = z}{y \neq w \rightarrow w = 8}$  ( )  
 $x + y = 0 \vee y \neq w$   
 $y = z \vee w = 8$
- l)  $\frac{\alpha \vee (R \rightarrow y = z)}{\neg(R \rightarrow y = z)}$  ( )  
 $\alpha$

2. Substituir **conclusão** pela proposição que corresponda:

a) Aplicar MODUS PONENS para obter a **conclusão**:

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta}{\alpha}$$

**conclusão** ( )

b) Aplicar MODUS TOLLENS para obter a **conclusão**:

$$\frac{\alpha \wedge \beta \rightarrow xy + z = 0}{xy + z \neq 0}$$

**conclusão** ( )

c) Aplicar SILOGISMO DISJUNTIVO para obter a **conclusão**:

$$\frac{(\alpha \wedge \beta) \vee xy + z = 0}{xy + z \neq 0}$$

**conclusão** ( )

d) Aplicar SILOGISMO HIPOTÉTICO para obter a *conclusão*:

$$\frac{\alpha \wedge \beta \rightarrow P \vee R \quad S \wedge T \rightarrow \alpha \wedge \beta}{\text{conclusão} \quad ( \quad )}$$

e) Aplicar DUALIDADE para obter a forma equivalente da proposição:

$$\neg(\alpha \rightarrow \beta) \vee \neg(x = 0 \rightarrow \theta \wedge S) \Leftrightarrow \text{conclusão} \quad ( \quad )$$

f) Aplicar DUALIDADE para obter a forma equivalente da proposição:

$$\alpha = \beta \wedge x \neq y \Leftrightarrow \text{conclusão} \quad ( \quad )$$

g) Aplicar DUALIDADE para obter a forma equivalente da proposição:

$$\neg(\alpha = \beta \wedge x \neq y) \Leftrightarrow \text{conclusão} \quad ( \quad )$$

h) Aplicar a regra do MÉTODO DEDUTIVO para obter a forma equivalente da proposição:

$$\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \theta) \Leftrightarrow \text{conclusão} \quad ( \quad )$$

i) Aplicar a regra do MÉTODO DEDUTIVO para obter a forma equivalente da proposição:

$$\alpha \vee x = 0 \rightarrow (\beta \rightarrow \theta \vee S) \Leftrightarrow \text{conclusão} \quad ( \quad )$$

j) Aplicar a regra do MÉTODO DEDUTIVO para obter a forma equivalente da proposição:

$$\alpha \rightarrow (\beta \vee x = 0 \rightarrow \theta \wedge S) \Leftrightarrow \text{conclusão} \quad ( \quad )$$

3. Verifique a validade da DEMONSTRAÇÃO. Caso não seja válida assinale o ERRO:

a)

1.  $P \vee (R \wedge T)$  Premissa
2.  $R \wedge T$  SIMP: 1
3.  $T$  SIMP: 2

Válido ( ). Não válido. Erro : ( )

b)

1.  $P \wedge (R \wedge T)$  Premissa
2.  $R \wedge T$  SIMP: 1
3.  $T$  SIMP: 2

Válido ( ). Não válido. Erro : ( )

c)

1.  $R \wedge T$  Premissa
2.  $R$  SIMP: 1
3.  $R \vee S$  ADIC: 2
4.  $\neg R \rightarrow S$  COND: 3

Válido ( ). Não válido. Erro : ( )

d)

1.  $R \wedge T$  Premissa
2.  $R$  SIMP: 1.
3.  $R \vee \neg S$  ADIC: 3
4.  $\neg R \rightarrow S$  COND: 3

Válido ( ). Não válido. Erro : ( )

e)

1.  $R \rightarrow x = y \wedge T$  Premissa
2.  $R$  Premissa
3.  $x = y \wedge T$  MP: 1. 2.
4.  $x = y$  SIMP: 3
5.  $x = y \wedge S$  ADIC: 4

Válido ( ). Não válido. Erro : ( )

f)

1.  $R \rightarrow \neg T$  Premissa
2.  $S \rightarrow T$  Premissa
3.  $T \rightarrow \neg R$  CP e DN: 1
4.  $S \rightarrow \neg R$  SH: 2. 3

Válido ( ). Não válido. Erro : ( )

g)

1.  $x = y \rightarrow z = w$  Premissa
2.  $z \neq w \wedge R$  Premisa
3.  $R \rightarrow \neg S$  Premissa
4.  $z \neq w$  SIMP: 2.
5.  $x \neq y$  MT: 1. 4.
4.  $R$  SIMP: 2
5.  $\neg S$  MP: 3. 4;

Válido ( ). Não válido. Erro : ( )

h)

1.  $R \vee \neg T$  Premissa
2.  $\neg(\neg R) \vee \neg T$  DN: 1.
3.  $\neg R \wedge \neg T$  D'M: 2
4.  $\neg R$  SIMP: 3

Válido ( ). Não válido. Erro : ( )

i)

1.  $xy = 0 \rightarrow x = 0 \vee y = 0$  Premissa
2.  $x \neq 0$  Premissa
3.  $xy = 0$  Premissa
4.  $x = 0 \vee y = 0$  MP: 1 3.
5.  $y = 0$  SD: 2. 4.

Válido ( ). Não válido. Erro : ( )

j)

1.  $R \wedge T$  Premissa
2.  $\neg(\neg R \vee \neg T)$  D'M: 1.
3.  $\neg(R \rightarrow T)$  COND: 2

Válido ( ). Não válido. Erro : ( )

## RESPOSTAS

1.
  - a) SIMPLIFICAÇÃO
  - b) CONDICIONAL
  - c) SILOGISMO HIPOTÉTICO
  - d) MODUS PONENS
  - e) SILOGISMO DISJUNTIVO
  - f) MODUS TOLLENS
  - g) DUALIDADE
  - h) CONTRAPOSIÇÃO
  - i) MODUS PONENS
  - j) MODUS TOLLENS
  - k) DILEMA CONSTRUTIVO
  - l) SILOGISMO DISJUNTIVO
  
2.
  - (a)  $\beta$
  - (b)  $\neg(\alpha \wedge \beta)$
  - (c)  $\alpha \wedge \beta$
  - (d)  $S \wedge T \rightarrow P \vee R$
  - (e)  $\neg[(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (x = 0 \rightarrow \theta \wedge S)]$
  - (f)  $\neg(\alpha \neq \beta \vee x = y)$
  - (g)  $\alpha \neq \beta \vee x = y$
  - (h)  $\alpha \wedge \beta \rightarrow \theta$
  - (i)  $(\alpha \vee x = 0) \wedge \beta \rightarrow \theta \vee S$
  - (j)  $\alpha \wedge (\beta \vee x = 0) \rightarrow \theta \wedge S$
  
3.
  - (a) NÃO VÁLIDA - ERRO : De 1. a 2. (SIMP: 1)
  - (b) VÁLIDA
  - (c) VÁLIDA
  - (d) NÃO VÁLIDA - ERRO : De 3. a 4. (COND: 3)
  - (e) NÃO VÁLIDA - ERRO : De 4. a 5. (ADIC: 4)
  - (f) VÁLIDA
  - (g) VÁLIDA
  - (h) NÃO VÁLIDA - ERRO : De 2. a 3. (D'M: 2)
  - (i) VÁLIDA
  - (j) NÃO VÁLIDA - ERRO : De 2. a 3. (COND: 2)